

Der Termbegriff

Beispiel:

Ein Stromanbieter berechnet einen monatlichen Grundpreis von 9,80 € und 28 Ct pro verbrauchter Einheit (in kWh). Die Monatsrechnung ergibt sich dann durch:

$$0,28 \cdot x + 9,80 \quad (\text{wobei } x \text{ die Zahl der verbrauchten Einheiten ist})$$

Definition:

Rechenausdrücke, die sinnvoll aus Zahlen und Variablen mithilfe von Rechenzeichen und Klammern gebildet werden, heißen Terme.

Auswerten von Termen:

- 1 Betrachtet wird der Term $T(x) = \frac{1}{3} \cdot x - 1$ über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

$$T(3) = \frac{1}{3} \cdot 3 - 1 = 0$$

$$T(\sqrt{2}) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} - 1 \approx -0,5286$$

- 2 Betrachtet wird der Term $T(n) = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n+1)$ über der Grundmenge $G = \mathbb{N}$.

$$T(5) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (5+1) = 15$$

$$T(100) = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (100+1) = 5050$$

Mit diesem Term kann die Summe der ersten n natürlichen Zahlen berechnet werden.

Elementare Termumformungen

Zusammenfassen von Summentermen

Beispiele:

$$1 \quad 5a + 2a = (5 + 2) \cdot a = 7a$$

$$2 \quad 7b - 8b = -b$$

$$3 \quad 2c - \frac{1}{2}c + c = \frac{5}{2}c$$

$$4 \quad -2b + 4 + 5b - 9 = 3b - 5$$

$$5 \quad 3x - 5y - 4x + 7y = -x + 2y$$

$$6 \quad \frac{1}{2}a + 2b - a + b = -\frac{1}{2}a + 3b$$

Aufgaben:

1.0 Fassen Sie die Terme zusammen.

$$1.1 \quad -6z + 5z - 5z$$

$$1.2 \quad -c - 3c + 4c$$

$$1.3 \quad 5x^2 - 3x^2 - 7x^2 + 2x^2$$

2.0 Fassen Sie die Terme zusammen.

$$2.1 \quad -x + 5y + 2x - 8y$$

$$2.2 \quad 11y - 2x - 6x - 9y$$

$$2.3 \quad -2b + 11a - 5b + 9a$$

$$2.4 \quad -15z + 3y + 15y - z$$

$$2.5 \quad -23a + 11c + 13a - 5c$$

$$2.6 \quad 2b - 5c + 2b + 5c$$

3.0 Fassen Sie die Terme zusammen.

$$3.1 \quad 0,5a - 0,8b + a - b + 1,3a$$

$$3.2 \quad 2,25x - y - 3x + 3,6y + x - 2,8y$$

$$3.3 \quad \frac{1}{3}m - 3n - \frac{4}{3}m + 4n$$

$$3.4 \quad 2u + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}u - \frac{1}{6}$$

$$3.5 \quad \frac{1}{2}x - \frac{5}{6}y + 2y + 2x - \frac{1}{6}y$$

$$3.6 \quad \frac{11}{4}a - 3b - \frac{7}{4}a + \frac{7}{5}b - \frac{3}{2}a$$

Lösungen zu den Aufgaben:

1.1 $-6z$

1.2 0

1.3 $-3x^2$

2.1 $x-3y$

2.2 $2y-8x$

2.3 $-7b+20a$

2.4 $-16z+18y$

2.5 $-10a+6c$

2.6 $4b$

3.1 $-1,8b+2,8a$

3.2 $0,25x-0,2y$

3.3 $-m+n$

3.4 $\frac{4}{3}u+\frac{1}{2}$

3.5 $2,5x+y$

3.6 $-0,5a-1,6b$

Zusammenfassen von Produkttermen

Beispiele:

$$1 \quad 5b \cdot \frac{1}{5}a = \left(5 \cdot \frac{1}{5}\right) \cdot a \cdot b = a \cdot b = ab$$

$$2 \quad (-6v) \cdot \left(-\frac{1}{12}u\right) = \left(6 \cdot \frac{1}{12}\right) \cdot v \cdot u = \frac{1}{2}vu$$

$$3 \quad (-3z) \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot (-5y) = -\left(3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5\right) \cdot x \cdot y \cdot z = -\frac{15}{2}xyz$$

Vorzeichenregeln:

Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\begin{array}{ll} 1) 0 \cdot a = 0 & 2) (-1) \cdot a = -a \\ 3) (-a) \cdot b = a \cdot (-b) = -ab & 4) (-a) \cdot (-b) = ab \end{array}$$

Aufgaben:

1.0 Vereinfachen Sie die Produktterme.

$$1.1 \quad 6y \cdot \frac{1}{2}x$$

$$1.2 \quad 5c \cdot 5a \cdot 4b$$

$$1.3 \quad \frac{1}{4}x \cdot 2z \cdot 6y$$

2.0 Vereinfachen Sie.

$$2.1 \quad 13y \cdot (-4x)$$

$$2.2 \quad -3q \cdot \left(\frac{1}{3}p\right)$$

$$2.3 \quad \frac{1}{2}x \cdot (-3z) \cdot 4y$$

$$2.4 \quad (-3b) \cdot 5a \cdot (-4c)$$

$$2.5 \quad \left(-\frac{1}{3}b\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}a\right)$$

$$2.6 \quad \left(-\frac{1}{2}m\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}n\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

Lösungen zu den Aufgaben:

1.1 $3xy$

1.2 $100abc$

1.3 $3xyz$

2.1 $-52xy$

2.2 $-pq$

2.3 $-6xyz$

2.4 $60abc$

2.5 $\frac{2}{5}ab$

2.6 $-\frac{1}{24}mn$

Klammerregeln

Beispiel:

$$(7a - 3b) - (-a + 6b) = 7a - 3b + a - 6b = 8a - 9b$$

Steht vor der Klammer ein Pluszeichen, so kann man die Klammer weglassen.
Steht vor der Klammer ein Minuszeichen, so kann man die Klammer nur weglassen, wenn man innerhalb der Klammer jedes „+“ durch ein „-“ sowie „-“ durch „+“ ersetzt.

Aufgaben:

1.0 Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie die Terme soweit wie möglich zusammen.

1.1 $-0,5 + [3,4 - (0,5 - 1)]$

1.2 $8m + [17p - (5m + 9r)] + 9r$

1.3 $34f + 23k - [45g - (16f - 29) + 37k]$

1.4 $4x - [(a - 4x) + (3y + 17a) - (98x + 3y)]$

1.5 $2\frac{1}{6} - \left\{ 3,5 - \left[8,3 - \left(10\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - 9,3 \right) + 13\frac{2}{3} \right] - 1\frac{5}{6} \right\}$

1.6 $(9a^2 - a) + 4x - [(4ax + 3x - a) + 8a^2 - (ax - x)]$

1.7 $24v - \{ [37u + (18v - 28w)] + 8u - 12v \} - 35w$

1.8 $12c - 15d + (8c + 5d) + (-17c - 13d)$

1.9 $(-30ay + 23az) + (-16ay + 6az) - (-36ay + 29az)$

2.0 Fügen Sie in die Klammer die Zahlen so ein, dass eine wahre Aussage entsteht.

2.1 $(\dots) - (\dots) = 27 - 46 - 34 - 93$

2.2 $-(3 + \dots) - (\dots) = -3 - 4 + 5 + 6 - 7$

3.0 Stellen Sie zunächst einen Term auf und fassen Sie dann soweit wie möglich zusammen.

3.1 Subtrahieren Sie die Differenz $83 - 74$ von der Summe $83 + 74$.

3.2 Addieren Sie die Summe von (-35) und 78 zur Gegenzahl von $(83 - 124)$.

3.3 Zu $5u + 7v$ ist die Summe der Terme $3u + 4v$ und $u - 2v$ zu addieren !

3.4 Von $9a - 8b$ ist die Differenz der Terme $10a - 3b$ und $6a + 5b$ zu subtrahieren !

Lösungen zu den Aufgaben:

$$1.1 \quad -0,5 + 3,4 - 0,5 + 1 = 3,4$$

$$1.2 \quad 8m + 17p - 5m - 9r + 9r = 3m + 17p$$

$$1.3 \quad 34f + 23k - 45g + 16f - 29 - 37k = 50f - 14k - 45g - 29$$

$$1.4 \quad 4x - a + 4x - 3y - 17a + 98x + 3y = 106x - 18a$$

1.5

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{6} - 3,5 + 8,3 - 10\frac{2}{3} - \frac{3}{2} + 9,3 + 13\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} &= \\ 2\frac{1}{6} + 1\frac{5}{6} - 3,5 - 1,5 - 10\frac{2}{3} + 13\frac{2}{3} + 8,3 + 9,3 &= \\ = 4 - 5 + 3 + 17\frac{2}{3} &= 19\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$1.6 \quad 9a^2 - a + 4x - 4ax - 3x + a - 8a^2 + ax - x = a^2 - 3ax$$

$$1.7 \quad 24v - 37u - 18v + 28w - 8u + 12v - 35w = 18v - 45u - 7w$$

$$1.8 \quad 12c - 15d + 8c + 5d - 17c - 13d = 3c - 23d$$

$$1.9 \quad -30ay + 23az - 16ay + 6az + 36ay - 29az = -10ay$$

$$2.1 \quad (27 - 46) - (34 + 93)$$

$$2.2 \quad -(3 + 4) - (-5 - 6 + 7)$$

$$3.1 \quad (83 + 74) - (83 - 74) = 83 + 74 - 83 + 74 = 148$$

$$3.2 \quad (-35 + 78) + [-(83 - 124)] = -35 + 78 - 83 + 124 = 84$$

$$3.3 \quad (5u + 7v) + [(3u + 4v) + (u - 2v)] = 5u + 7v + 3u + 4v + u - 2v = 9u + 9v$$

$$3.4 \quad (9a - 8b) - [(10a - 3b) - (6a + 5b)] = 9a - 8b - 10a + 3b + 6a + 5b = 5a$$

Potenzen

Beispiel:

$$2^{15} = 32768$$

2 ist die Grundzahl oder Basis

15 ist die Hochzahl oder Exponent

32768 ist der Wert der Potenz

Festlegung: $a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$

Sonderfälle: $a^1 = a$ $a^0 = 1$

Aufgaben:

1.0 Verwenden Sie bei folgenden Termen die Potenzschreibweise.

1.1 $11 \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$

1.2 $(-5) \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z$

1.3 $x \cdot x \cdot x \cdot (-1)$

2.0 Schreiben Sie ohne Klammern.

2.1 $(4y)^2$

2.2 $(5a)^2$

2.3 $(3c)^3$

3.0 Vereinfachen Sie die folgenden Terme.

3.1 $3 \cdot x \cdot x \cdot 7$

3.2 $-c \cdot (-2) \cdot c \cdot c$

3.3 $-y \cdot x \cdot (-x) \cdot y$

3.4 $x \cdot (-2x) \cdot (-11x)$

3.5 $(-y) \cdot (-2y) \cdot (-3y)$

3.6 $z \cdot (-5z) \cdot 8z \cdot (-z)$

Lösungen zu den Aufgaben.

1.1 $11b^4$

1.2 $-5z^5$

1.3 $-x^3$

2.1 $16y^2$

2.2 $25a^2$

2.3 $27c^3$

3.1 $21x^2$

3.2 $2c^3$

3.3 x^2y^2

3.4 $22x^3$

3.5 $-6y^3$

3.6 $40z^4$